Bestimmung

der

magnetischen Permeabilität

am ganzen Object statt an Proben.

Inaugural-Dissertation

einer

hohen philosophischen Facultät der Universität Rostock

zur Erlangung der Doctorwürde

überreicht von

PAUL DENSO

aus Dresden.

Typographische Anstalt
der Actien-Gesellschaft Elektricitätswerke (vorm. O. L. Kummer & Co.)
Dresden und Niedersedlitz.

Bestimmung

der

magnetischen Permeabilität

am ganzen Object statt an Proben.

Inaugural-Dissertation

einer

hohen philosophischen Facultät der Universität Rostock

zur Erlangung der Doctorwürde

überreicht von

PAUL DENSO

aus Dresden.

Typographische Anstalt
der Actien-Gesellschaft Elektricitätswerke (vorm. O. L. Kummer & Co.)
Dresden und Niedersedlitz.

1898.

Referent: Herr Professor Dr. L. MATTHIESSEN.

Meinen Eltern.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552726_0024

Zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften einer grösseren, etwa zu technischen Zwecken zu verwendenden Eisenmasse reichen Beobachtungen an einzelnen Probestücken meist nicht aus. Letztere variieren in ihrer Permeabilität sowohl wegen der magnetischen Heterogenität, als auch wegen des Einflusses der Bearbeitung bei ihrer Herstellungsweise sehr beträchtlich. Namentlich weichen von äusseren Teilen der Masse genommene Probestäbe vom Mittel stark ab.

Ein Beispiel dafür ist die im folgenden angegebene Untersuchung von 5 Probestäben, die einem gusseisernen Ringe entnommen worden sind. Die Stäbe 1, 2 und 3 sind hergestellt aus drei an der Peripherie des Eisenringes angegossenen Vorsprüngen; die Stäbe 4 und 5 wurden aus dem Innern des Ringes herausgeschnitten. Die Untersuchungen sind mit der magnetischen Wage von du Bois gemacht worden. Die folgende Tabelle enthält die Resultate, H bedeutet die Feldstärke der magnetisierenden Spule, B die magnetische Induction im Eisen und der Quotient $\frac{B}{H} = \mu$ die magnetische Permeabilität.

Die Probestäbe 1 und 3 geben untereinander übereinstimmende Resultate, ebenso wie die Stäbe 4 und 5, von denen auch die Resultate, die mit dem Stab 2 gewonnen wurden, nicht abweichen, während die am Stab 1 und 3 gefundenen Werte sehr verschieden sind von den am Stab 4 und 5 erhaltenen.

	Stab 1 und 3		Stab 2		Stab 4 und 5	
H	B	μ	B	μ	B	μ
58,0	6090	103,5	7050	121,5	6960	120,0
45,2	5000	110,5	6200	137,0	5950	131,5
28,2	3350	119,0	4500	159,5	4430	157,0
20,0	2250	112,5	3050	152,5	2920	146,0
9,92	700	70,6	1000	101,0	890	90,0

Würde man sich also auf die an einem Stabe gefundenen Werte verlassen, so könnten grosse Fehler entstehen. Um eine grössere Eisenmasse bezüglich ihrer magnetischen Eigenschaften genauer kennen zu lernen, müsste eine grössere Anzahl von daraus hergestellten Stäben zur Untersuchung kommen. Lassen sich die Stäbe aus dem Innern herausschneiden, so liefern sie im allgemeinen gute Mittelwerte. Dies wird aber in den meisten Fällen nicht angehen, so zum Beispiel bei Untersuchung des Magnetgestelles einer Dynamomaschine. Eine Methode, welche ein Ausschneiden von Proben nicht erfordert und trotzdem die inneren Teile bez. den gesammten Querschnitt der Eisenmasse der Messung zugänglich macht, würde daher zweckdienlich sein.

Eine solche Methode habe ich nun auf Anregung von Herrn Prof. Dr. Hallwachs (im Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule zu Dresden) ausgearbeitet und im folgenden beschrieben.

Dieselbe ist, wenn auch nicht auf beliebige Formen und Fälle, so doch gerade auf besonders wichtige, wie z. B. auf das Magnetgestell einer Dynamomaschine, anwendbar. Sie hat nur das zur Voraussetzung, dass sich an dem betreffenden, durch eine Spule zu magnetisierenden Eisenstück eine Stelle ausfindig machen lässt, an der die Inductionslinien der Aussenfläche parallel laufen, an der also eine erhebliche Streuung nicht statt-

findet, und an der die Induction über den Querschnitt genügend ausgeglichen ist, wofür indes die selbstausgleichende Tendenz der Magnetisierung im allgemeinen von selbst sorgt. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich nämlich ausser der ballistischen Messung der Induction B mittels umgelegter Prüfwindung auch, wie im folgenden dargelegt, die Feldintensität H ermitteln und zwar durch aussen auf die Oberfläche gelegte Messspulen, die normal zum Eisen schmale Windungen haben.

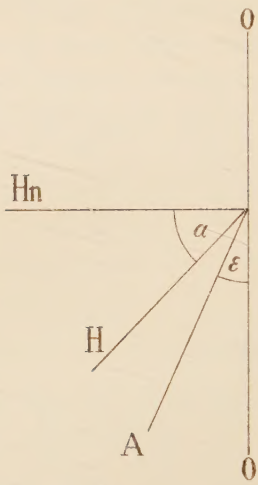
§ 1.

Beschreibung der Methode.

a) Diese für Messung von H geeigneten Spulen werden am besten dadurch hergestellt, dass man auf dünne, eisenfreie Brettchen einige Drahtwindungen aufbringt und dafür sorgt, dass diese Windungen tangential am Eisenquerschnitt anliegen. Die Tangentialcomponente von H geht ohne Sprung vom Eisen in Luft über. Ausserdem ist H im Innern des Eisens wegen der sehr weit reichenden Selbstausgleichung der Magnetisierung durch den ganzen Querschnitt fast constant. Das an einem ebenen Stück der Oberfläche an einer Stelle ohne Streuung gemessene H ist daher bis auf sehr kleine Beträge gleich dem H im ganzen Querschnitt. Durch Messung an einer jenseitigen Stelle der Oberfläche kann die Selbstausgleichung geprüft bez. durch Mittelnehmen die Variation berücksichtigt werden.

Die bei diesen Messungen vorkommende einflussreichste Fehlerquelle beruht im Einfluss etwa vorhandener Streuung bei falscher Orientierung der Messspule. Ist eine Streuung nicht vorhanden, so liefert die Spule unter Anschluss an das ballistische Galvanometer das parallel zur Oberfläche verlaufende Feld H_j. Ist Streuung vorhanden, so gewinnt auch die Normalcomponente

H_N einen Einfluss, wenigstens insoweit die Spulenachse einen Orientierungsfehler ε gegen die Tangentialebene besitzt.



Die Achse A habe gegen die Oberfläche O—O die Neigung ε, ferner bilde H das Gesamtfeld, dessen Componenten H_T und H_N sind, mit der Normalen den Winkel α, dann misst die Spule einen Werth H_g.

$$H_g = H \cos (90 - \alpha - \varepsilon),$$

während $H_T = H \sin \alpha$.

Der Fehler $\Delta H = H_g - H_T$ wird dann:

$$\frac{\Delta H}{H_T} = \frac{\cos (90 - \alpha - \varepsilon)}{\sin \alpha} - 1$$

$$\frac{\Delta H}{H_T} = (\cos \varepsilon - 1) + \varepsilon \operatorname{cotg} \alpha.$$

Vernachlässigen wir Fehler zweiter Ordnung und setzen wir für cotg α seinen Wert $\frac{H_N}{H_T}$ ein, so folgt:

$$\frac{\Delta H}{H_T} = \varepsilon \frac{H_N}{H_J} = \varepsilon \mu \frac{H_N}{B_T},$$

da die Tangentialcomponente der Induction im Eisen $B_T = \mu H_T$ ist. H_N kann mit einer flach auf das Eisen gelegten, mit ihrer Achse in der Normale liegenden Spule bestimmt, und daraus in jedem Falle unter Hinblick auf die erreichbare Genauigkeit der Orientierung der zu erwartende Fehler abgeschätzt werden.

Für viele Fälle, z. B. gerade für Dynamomaschinen, ist für $\frac{H_N}{B_T}$ von vornherein auf Grund der ausgeführten Streuungsmessungen eine Abschätzung möglich. Diese zeigt, dass fast immer Stellen auffindbar sind, an denen eine genügend geringe

Anzahl Inductionslinien H_N austreten, um einen Orientierungsfehler von $\varepsilon = 1^0$ bis 2^0 zu gestatten, ohne 0,5 % übersteigende Fehler $\frac{\Delta H}{H_T}$ zu veranlassen.

Im allgemeinen ist es ausreichend, die streuungsfreie Stelle mittels einer allseitig beweglichen Magnetnadel aufzusuchen. Einstellen der Magnetnadelachse parallel zur Oberfläche des Eisens zeigt diese Stelle an.

Zur Ausführung der Messungen von H_T müssen die Windungsflächen der benutzten Messspulen bestimmt werden, was am besten auf folgende Weise geschieht:

Die zu untersuchende Spule wird mit einer Normalspule von bekannter Windungsfläche in ein homogenes magnetisches Feld gebracht, und mit dem ballistischen Galvanometer die eine jede derselben beim Auslöschen oder Entstehen des Feldes durchströmende Elektrizitätsmenge gemessen. Die Windungsflächen verhalten sich dann wie die inducierten Elektricitätsmengen. Macht man die Widerstände der beiden Spulenkreise gleich, so sind die Windungsflächen proportional den reducierten Ausschlägen des Galvanometers.

Auf diese Weise fanden die nachstehend beschriebenen Messungen statt. Um dabei den Einfluss der Temperaturveränderung zu beseitigen, liessen sich die Spulen mittels einer Wippe in eine Wheatstonesche Brückenanordnung während der Messungen einschalten und dabei durch einen Hilfsrheostaten auf constanten Widerstand abgleichen. Dies geschah sowohl mit den Mess-, als auch mit den Normalspulen.

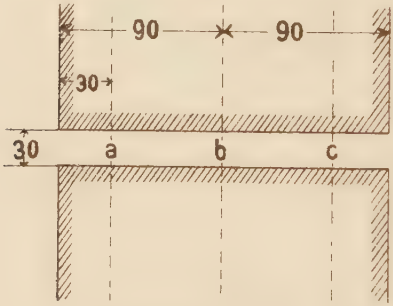
Im folgenden ist die Beschreibung und die Ausmessung der Windungsfläche der Spule gegeben, wie sie bei den Messungen an der Dynamomaschine (§ 3) Verwendung fand. Die Spule wurde dadurch hergestellt, dass man auf ein Hartgummibrettchen von 4 mm Dicke, 20 mm Breite und ca. 98 mm Länge

41 Windungen seideumsponnenen Kupferdrahtes von $0{,}_{375}$ mm Dicke wickelte.

Die Normalspule bestand aus einer kreisförmigen Hartgummiplatte, deren Durchmesser $46{,}_{10}$ mm betrug. Auf sie waren 10 Windungen eines Kupferdrahtes von $0{,}_{450}$ mm Durchmesser (mit Umspinnung) gelegt, so dass der mittlere Windungsdurchmesser $46{,}_{550}$ mm betrug. Die gesamte Windungsfläche war dann:

$$Q_1 = 10 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 4{,}_{655}^2 = 170{,}_2 \text{ cm}^2.$$

Die beiden Spulen waren derart in das magnetische Feld, das ein Elektromagnet erzeugte, gebracht, dass die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte senkrecht zu den Polflächen des Magneten stand. Um zu sehen, ob die Voraussetzung der Homogenität des magnetischen Feldes erfüllt war, wurde die Messung an den



in der Skizze mit a, b und c bezeichneten Punkten vorgenommen. Normalspule wie Messspule wurden dick mit Schellacklösung überzogen, teils der Isolation wegen, teils um die Windungen festzulegen.

Die abgelesenen, auf den Sinus des halben Winkels reducierten Ausschläge waren die folgenden:*)

Stellung a	Normalspule	200	202				
	Messspule	186	186				
Stellung b	Normalspule	202	200	198	198	200	200
	Messspule	186	186	187	185	186	185
Stellung c	Normalspule	200	198				
	Messspule	187	186				

*) Eine genügend erschütterungsfreie Aufstellung, die 0,1 Scalenteile abzulesen gestattet hätte, war im Institut nicht vorhanden. Es haben auch vielleicht galvanische Störungen der nicht allzuweit entfernten elek-

Aus den vorstehend mitgeteilten Messungen ersieht man, dass die Voraussetzung der Homogenität des magnetischen Feldes, soweit dies die Genauigkeit der Beobachtungen festzustellen erlaubt, erfüllt war. Durch vorhergegangenes wiederholtes Schliessen und Unterbrechen des Stromes war der remanente Magnetismus des Elektromagneten auf seinen constanten Wert gebracht worden.

Die Mittelwerte der vorhin mitgeteilten Einzelwerte sind:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Normalspule:} & 199{,}8 \\ \text{Messspule:} & 186{,}0 \end{array}\right\} \text{Scalenteile.}$$

Daraus ergiebt sich die Windungsfläche der Messspule zu:

$$Q_2 - Q_1 \cdot \frac{186{,}0}{199{,}8} = 170{,}2 \cdot \frac{186{,}0}{199{,}8}$$

$$Q_2 = 158{,}6 \text{ cm}^2.$$

b) Zur Messung von B wird eine Windung benutzt, die möglichst dicht an das Eisen anzulegen ist, deshalb empfiehlt es sich, einen Draht von kleinem Durchmesser zu verwenden. Lässt man N durch die Windung laufende Inductionslinien vergehen oder entstehen, so macht das Galvanometer einen Ausschlag α, aus dem sich N durch die Beziehung ergiebt:

$$N = C \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \text{ arc tang } \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot w \cdot \alpha.$$

Hierin bezeichnet C den Reductionsfactor für constanten Strom, τ die Schwingungszeit des Galvanometers in Sekunden, k das Dämpfungsverhältnis und Λ sein logarithmisches Dekrement, w den Widerstand des Spulenkreises.

Dieses N begreift die zwischen der Mittellinie des Drahtes und der Oberfläche des Eisens durchgehenden Kraftlinien in sich, deren Anzahl $f \cdot H$ ist, wobei f die Zwischenfläche, H die

trischen Bahn mitgewirkt. Da der Genauigkeitsgrad magnetischer Messungen vorliegender Art wegen der Hysteresis nicht zu weit getrieben werden kann, durfte man sich mit der erreichten Genauigkeit der Ablesungen des Galvanometers begnügen.

Feldstärke bedeutet. Um diesen Betrag ist das Resultat der ballistischen Messung zu vermindern, so dass, wenn N_{Fe} die Linien im Eisen bedeutet:

$$N_{Fe} = N - f \cdot H.$$

Um Fehler zu vermeiden, sind die Enden der B-Windung gut miteinander zu verdrillen.

Bei dieser Bestimmung der Induction B muss Rücksicht genommen werden auf den remanenten Magnetismus des Eisens. Um dessen Einfluss zu bestimmen, bieten sich drei Wege dar.

α) In manchen Fällen ist der remanente Magnetismus direkt bestimmbar, so bei einer Dynamomaschine, bei der man nur die Spannung, die unter seinem Einflusse in einem rotierenden Anker von bekannter Windungszahl erzeugt wird, und die Tourenzahl des Ankers misst. Aus bekannten Formeln ergiebt sich dann, wie im § 3 gezeigt wird, die durch den remanenten Magnetismus im Eisen erzeugte Induction.

β) In andern Fällen müssen Hilfsversuche angestellt werden. Man wird das Eisen vollkommen entmagnetisieren, dann ein Beobachtungsfeld erzeugen und die zugehörige Induction beobachten, nachdem eine Reihe von Beobachtungen unter fortwährendem Commutieren des Magnetisierungsstromes anstellen, bis der remanente Magnetismus constant wird. Dies Verfahren ist aber sehr umständlich.

γ) In technischen Fällen wird man gut thun, sich den Betriebsverhältnissen durch eine künstlich hervorgebrachte Magnetisierungsgeschichte des Eisens anzuschliessen.

§ 2.

Prüfung der Methode.

Zur experimentellen Prüfung der Methode gelangte das Eisen in Gestalt eines kreisförmigen Ringes zur Verwendung.

Man ist dann in der Lage, die Werte von H aus der Windungszahl der Spule, den Dimensionen des Ringes und der Stärke des magnetisierenden Stromes bestimmen zu können, während man gleichzeitig H nach der oben beschriebenen Methode durch Hilfsspulen ballistisch misst. Für den Ring wählte man Gusseisen wegen der leichter zu erzielenden magnetischen Homogenität und der Einfachheit, gleichzeitig auch Probestücke aus anzugiessenden Ansätzen gewinnen zu können.

a) Vorversuche.

Die ursprünglichen Dimensionen des gusseisernen Ringes, der mit Sorgfalt gegossen worden war, waren die folgenden:

Innerer Durchmesser: 20 cm
Äusserer Durchmesser: 50 „
Ringdicke: 5 „

Wegen eines Gussfehlers wurde der Ring abgedreht auf 46,6 cm äusseren Durchmesser und 4,93 cm Dicke und ausserdem der innere Teil herausgestochen, so dass der Ringquerschnitt ein Quadrat war von 4,93 cm Seitenlänge. Am äusseren Umfang waren, um je 90° von einander abstehend, 3 Ansätze tangential angegossen, die zur Herstellung der Probestäbe 1 bis 3 dienten (siehe Einleitung), während die Probestäbe 4 und 5 aus dem inneren herausgestochenen Teil entnommen sind. Sie entstammen zwei um 180° von einander entfernten Stellen und lagen in der Richtung der Secante. Nach der Bearbeitung waren die Ringdimensionen die folgenden:

Innerer Durchmesser $= 2 \cdot r_i = 36{,}74$ cm
Äusserer Durchmesser $= 2 \cdot r_a = 46{,}60$ „
Mittlerer Durchmesser $= 2 \cdot r_m = 41{,}67$ „
Eisenquerschnitt: $4{,}93 \times 4{,}93 = 24{,}30$ cm^2.

Die Aussen- und Innenseite des Ringes wurde mit 5 mm dicken Pappstreifen belegt — mit Schellack auf dem Eisen

befestigt. Diese Pappstreifen enthielten an den entsprechenden Stellen bis aufs Eisen gehende Lücken zur Aufnahme der Messspulen. Um diese Anordnung kam eine Lage Isolierband. In die Lücken wurden nun die Spulen eingelegt und zugleich an jeder dieser Stellen eine Windung aus Kupferdraht von 1,5 mm Durchmesser (mit Umspinnung) zur Messung von B um das Eisen gewickelt. Die — übrigens gut miteinander verdrillten — Zuleitungsdrähte der B-Windungen und der Messspulen zeigten eine sehr vorzügliche Isolation gegen das Eisen. Dann kamen aussen und innen, durch eine Isolierbandwickelung gehalten, dünne Pappstreifen und dann brachte man die magnetisierende Wickelung auf. Während der Wickelung fanden dauernde Isolationsprüfungen dieser Wickelung gegen das Eisen einerseits und die Messspulen sowie die B-Windungen andererseits statt. Der Draht von 2 mm Durchmesser (ohne Umspinnung) bildete 2 Lagen; die Windungszahl betrug

$$z = 801$$

und die Drahtenden waren auf eine Länge von 1,5 m gut verdrillt.

Zur Berechnung des Feldes H dient die bekannte Formel:

$$H = \frac{0{,}4 \cdot \pi \cdot i \cdot z}{2 \cdot r_m \cdot \pi} = \frac{0{,}2 \cdot z}{r_m} \cdot i$$

hierin bezeichnet i die magnetisierende Stromstärke in Ampère, z die Windungszahl und $2 \cdot r_m \cdot \pi$ den mittleren Ringumfang, r_m also den mittleren Ringradius. Um das Feld H im mittleren Ringumfang zu erhalten, müssten die Messspulen auf diesem liegen, ihre Mittelpunkte lagen aber auf einem Kreise vom Radius:

$$r = 23{,}50 \text{ cm}.$$

Die Berechnung des Feldes H aus den durch die Messspulen hervorgebrachten ballistischen Ausschlägen ergiebt sich also für diese Stelle. Diese so erhaltenen Werte sind, um das

Feld H im mittleren Umfange zu erhalten, mit dem Verhältnis der Radien zu multiplicieren, in unserem Falle mit:

$$v = \frac{23{,}50}{20{,}83_5} = 1{,}128.$$

Die Spulen zur Messung der Felddichte H wurden hergestellt aus Hartgummibrettchen von ca. 4 mm Dicke und 48 mm Länge. Auf sie war gut isolierter Kupferdraht von 0,2 mm Durchmesser in einer Lage aufgewickelt. Es kamen zwei solcher Spulen zur Verwendung, sie waren auf den äusseren Ringumfang aufgelegt, so dass ihre Mittelpunkte auf einem Kreise von $23{,}_{50}$ cm Radius lagen. Die Bestimmung ihrer Windungsflächen geschah nach der oben beschriebenen Art und Weise. Das Mittel aus 4 Messungsreihen war bei Verwendung der

Normalspule: $182{,}_5$ Scalenteile,
der beiden Messspulen: 223 „

Es wurde die gleiche Normalspule wie oben von 170,2 cm² Windungsfläche benutzt. Die Windungsfläche der beiden Normalspulen berechnet sich somit zu

$$q_1 = \frac{223}{182{,}_5} \cdot 170{,}2 = 208{,}_{25} \text{ cm}^2.$$

Die von einer B-Windung umschlossene Fläche war:

$$q_2 = (4{,}_{93} + 0{,}_{15})^2 = 25{,}_{81} \text{ cm}^2,$$

während die Fläche f eine Grösse hatte von:

$$f = q_2 - 4{,}_{93}^2 = 1{,}_{50} \text{ cm}^2.$$

Diese Fläche f, die wegen der anzubringenden Correction zu bestimmen ist, wird von den Kraftlinien des Feldes H durchsetzt, wie schon früher (pg. 12) erklärt wurde.

Als ballistisches Galvanometer diente bei allen Messungen ein Galvanometer von du Bois von ausserordentlicher Empfindlichkeit. Dasselbe besitzt 4 Spulen von je $20\,\omega$ Widerstand, die Magnetsysteme sind an einem Quarzfaden aufgehängt und haben Kupfer- und Luftdämpfung. Die beiden Magnetsysteme sind

astasiert, ausserdem hat das Galvanometer noch zwei Richtungsmagnete. Die ausführliche Beschreibung dieses Instrumentes findet man in Wiedemanns Annalen, Neue Folge, Band 48, 1893, pg. 236. Der Abstand der Scala vom Spiegel betrug 2 m. Die einzelnen Leitungen, sowie der entfernt aufgestellte Eisenring übten auf das Galvanometer keinen wahrnehmbaren Einfluss aus.

Um den Einfluss des remanenten Magnetismus zu eliminieren, wurde mit Stromumkehrung gearbeitet, wodurch man im Galvanometer den doppelten Ausschlag erhält.

Um aus dem ersten Ausschlage des ballistischen Galvanometers die durch die Spule gegangenen Kraftlinien berechnen zu können, dient die schon oben (pg. 11) angegebene Formel:

$$N = C \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{l}} \cdot w \cdot a.$$

Die Constanten des ballistischen Galvanometers C, τ und k sind experimentell zu bestimmen. Dies geschah für eine Aufstellung des Galvanometers, wie sie bei den Vorversuchen am Ring und bei den Messungen an der Dynamomaschine zur Verwendung kam. Gleichzeitig wurden die ballistischen Constanten bestimmt mit bekannter gegenseitiger Induction unter Benutzung von Doppelspulen. Da diese ausgeführten Messungen eine ganz vorzügliche Uebereinstimmung zeigten, wurde bei den Hauptversuchen am Ring, bei denen das Galvanometer eine andere Aufstellung bekommen hatte, von der Bestimmung der Constanten C, τ und k Abstand genommen und das Galvanometer mit einer Inductionsspule geaicht.

A. Aichung mit Doppelspule.

1. Aichung des Galvanometers in der ersten Aufstellung, der Scalenabstand war 2000 Scalenteile und eine Galvanometerspule

wurde benutzt. Die Dimensionen der zur Benutzung kommenden Doppelspule waren die folgenden:

Primärspule. Länge $l_1 = 79$ cm

Windungszahl $n_1 = 1745$

mittlerer Windungsquerschnitt $q_1 = 5{,}25$ cm^2.

Die über die Mitte der Primärspule geschobene Secundärspule hatte eine Windungszahl:

$$v_1 = 20$$

und der Widerstand des gesamten Secundärstromkreises war

$$w_1 = 20{,}23^{(0)}$$

Wird in der Primärspule der Strom i_1 geschlossen oder unterbrochen, so geht durch das mit der Secundärspule verbundene Galvanometer eine Elektricitätsmenge in Coulomb Q_1.

$$Q_1 = 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot \frac{n_1 \cdot v_1 \cdot q}{l_1 \cdot w_1} \cdot i_1$$

In unserem Falle wird Q_1:

$$Q_1 = 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot \frac{1745 \cdot 20 \cdot 5{,}25}{79 \cdot 20{,}25} = 1{,}441 \cdot 10^{-6} \cdot i_1$$

Die Stromstärke i_1 wurde mit einem Weston-Voltmeter gemessen. Die folgende Tabelle enthält die Resultate, in Spalte 1 stehen die Stromstärken in Ampère, in Spalte 2 die auf den Sinus des halben Winkels reducierten Scalenausschläge e_1.

i Amp.	e_1	i Amp.	e_1
1,57	146	3,04	287
	147		288
	147		mittel: 285
	148	4,50	422
	148		424
	mittel: 147,2		425
3,04	282		422
	287		422
	286		mittel: 423

Die Berechnung der Elektricitätsmengen Q_1 gab die folgenden Resultate:

i_1	Q_1
1,57	$2{,}26 \cdot 10^{-6}$
3,04	$4{,}38 \cdot 10^{-6}$
4,50	$6{,}48 \cdot 10^{-6}$

Aus diesen Werten findet man die ballistische Galvanometerconstante, d. h. den Factor, mittels dessen aus den auf den Sinus des halben Winkels reducierten ersten Ausschlägen die bei einem Stromstoss durch das Galvanometer gegangenen Elektricitätsmengen erhalten werden. Aus den mitgeteilten Messungen ergeben sich die drei Einzelwerte dieser Constanten zu:

$$1{,}535 \cdot 10^{-8} \qquad 1{,}538 \cdot 10^{-8} \qquad 1{,}532 \cdot 10^{-8}$$

Der Mittelwert beträgt:

$$C_1 \quad 1{,}535 \cdot 10^{-8}$$

Um die durch die Spule hindurchgegangene Kraftlinienzahl N zu erhalten, hat man die ballistische Galvanometerconstante C_1 mit dem Widerstande des Kreises und dem auf den Sinus des halben Winkels reducierten ersten Ausschlage α zu multiplicieren, also:

$$N = C_1 \cdot \alpha \cdot w$$

worin w der Gesamtwiderstand des Galvanometerkreises ist.

2. Aichung des Galvanometers in der zweiten Aufstellung. Der Scalenabstand war 1500 Scalenteile und es wurden zwei hintereinandergeschaltete Galvanometerspulen benutzt. Die Dimensionen der benutzten Doppelspule waren die folgenden:

Primärspule: $l_2 = 124{,}2$ cm

$n_2 = 700$

$q_2 = 4{,}77$ cm^2

Secundärspule: $v_2 = 25$

$w_2 = 41\,\omega$

Bei Benutzung dieser Spule wurde mit Stromumkehr gearbeitet. In diesem Falle geht dann die doppelte Elektricitätsmenge $= 2 \cdot Q_2$ als beim einfachen Schliessen oder Unterbrechen des Primärstromes durch das Galvanometer.

Die Stromstärke i_2 war:

$$i_2 = 1{,}310 \text{ Amp.}$$

Die Elektricitätsmenge Q_2 ist:

$$Q_2 = 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot \frac{700 \cdot 25 \cdot 4{,}77}{124{,}2 \cdot 41} \cdot 1{,}310 = 2{,}695 \cdot 10^{-7}$$

Der reducierte (auf den Sinus des halben Winkels) Galvanometerausschlag war:

59, 60, 60, 60, 60, 61 Scalenteile, der mittlere also:

$$e_2 = 60$$

und der ballistische Reductionsfactor

$$C_2 = \frac{2{,}695}{30} \cdot 10^{-7} = 0{,}898 \cdot 10^{-8}$$

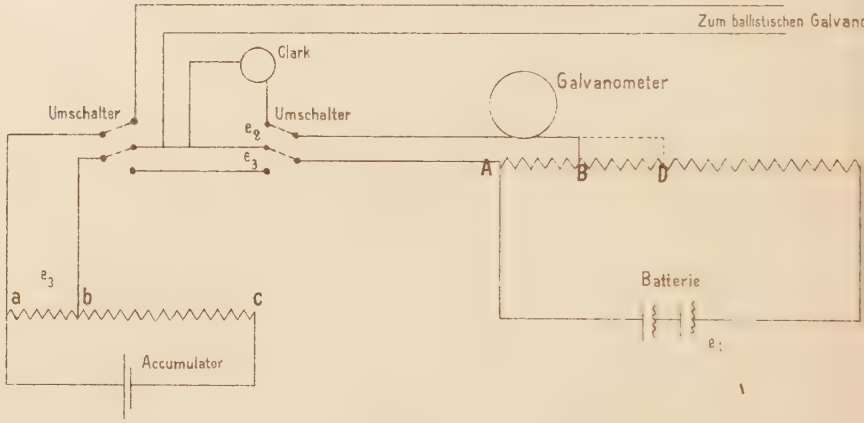
Denn, da der Ausschlag von $e_2 = 60$ Scalenteilen einer Elektricitätsmenge $2 \cdot Q_2$ entspricht, ist hier nur der halbe Ausschlag $\frac{e_2}{2} = 30$ einzusetzen.

Die oben bestimmten Reductionsfactoren C_1 und C_2 sind abhängig von der Dämpfung, worauf Rücksicht zu nehmen nicht unterlassen wurde.

Zur laufenden Controlle der Galvanometerconstanten wurden sowohl während der Messungen an der Dynamomaschine, als auch an dem Eisenringe die Aichungen mit der Inductionsspule wiederholt. Merkbare Änderungen traten jedoch während der ganzen Dauer der Versuche nicht ein.

B. Bestimmung der Grössen C, τ und k.

αα) Zur Controlle der Aichung mit der ersten Inductionsspule bei der ersten Aufstellung des Galvanometers dienten die Bestimmungen des Reductionsfactors für constanten Strom C, der Schwingungsdauer τ und des Dämpfungsverhältnisses k. Die Skizze veranschaulicht das Schaltungsschema zur Bestimmung des Reductionsfactors C.



Zu seiner Messung musste man die Spannung e_3 kennen, die zwischen den Punkten a und b herrschte, wenn ein Accumulator an die Punkte a und c, zwischen denen der Widerstand W war, angelegt wurde. Der Widerstand w zwischen a und b war bei den Messungen $w = 5^{\omega}$, und $W = 1000^{\omega}$. Um die gesuchte Spannung e_3 finden zu können, rufe man sich folgendes ins Gedächtnis zurück:

Wenn der Widerstand $AC = R_1$ ist, der Widerstand $AB = r_1$ und die elektromotorische Kraft der Batterie $= e_1$, so ist die Stromstärke i in diesem Kreise: $i = \frac{e_1}{R_1}$

und die Spannungsdifferenz e_2 zwischen A und B:

$$e_2 = i \cdot r_1$$

$$e_2 = e_1 \cdot \frac{r_1}{R_1}$$

Wird jetzt an A und B ein zweiter Stromkreis angeschlossen, in dem sich ein Clarksches Normalelement und ein Galvanometer G befindet, so wird das Galvanometer keinen Strom anzeigen, wenn die durch das Normalelement hervorgebrachte Spannungsdifferenz an den Punkten A und B gleich der ist, die die durch den Widerstand R_1 geschlossene Batterie an diesen Punkten erzeugt. Ersetzen wir jetzt mit einem Umschalter U_1 das Normalelement durch ein Element A, das die gesuchte Spannung e_3 erzeugt, so wird das Galvanometer wiederum keinen Strom anzeigen, wenn dieses Element an den Punkten A und B die gleiche Spannungsdifferenz hervorbringt wie die Batterie. Das wird eintreten, wenn der Widerstand $AC = R_2$ und der Widerstand $AB = r_2$ ist. In diesem Falle gilt dann:

$$e_3 \quad e_1 \cdot \frac{r_2}{R_2}$$

$$e_1 \quad \frac{R_1}{r_1} \cdot e_2$$

$$e_3 \quad \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot e_2$$

Die Ergebnisse der fünf angestellten Messungen sind in der folgenden Tabelle angeführt. Das Galvanometer G zeigte keinen Strom an, wenn die Widerstände in Ohm betrugen:

	1.	2.	3.	4.	5.
R_1	9999,0	9997,2	9998,8	9997,8	9997,9
r_1	3534,0	3530,2	3535,0	3555,8	3551,9
R_2	9997,0	9997,0	9997,0	59997,4	59997,4
r_2	25,0	25,0	25,0	150,4	150,4

Die elektromotorische Kraft des Clarkschen Normalelementes ist bei $+15^0$ C

$$e_2 = 1{,}433\ (1 - 0{,}00082\ [t + 15^0])$$

worin t die Beobachtungstemperatur bedeutet. Dieselbe betrug $+19^0$ C, also wird:

$$e_2 = 1{,}433\ (1 - 0{,}00328) \quad 1{,}428_3 \text{ Volt.}$$

Die mit diesem Werte e_2 nach der oben angegebenen Formel berechneten Werte von e_3 sind:

1. $e_3 = 0{,}01013$
2. $e_3 = 0{,}01015$
3. $e_3 = 0{,}01014$
4. $e_3 = 0{,}01013$
5. $e_3 = 0{,}01014$

Diese so bestimmte elektromotorische Kraft e_3 wurde nun mit Dazwischenschaltung von Widerstand, der von 3000^{ω} bis 10000^{ω} variiert wurde, an das Galvanometer (Widerstand 20^{ω}) angelegt. Der Leitungswiderstand von $0{,}1^{\omega}$ war zu vernachlässigen. Die Art und Weise der ganzen Aichung war derart, dass man zuerst e_3 bestimmte, dann diese Spannung e_3 unter Benutzung von zwei verschiedenen Vorschaltwiderständen an das Galvanometer anlegte und den Ausschlag beobachtete, dann wurde nochmals e_3 bestimmt, dann kamen wieder zwei Beobachtungen am ballistischen Galvanometer u. s. w. Die Tabelle enthält die Resultate. In Spalte 1 stehen die Gesamtwiderstände des Galvanometerspulenkreises, in Spalte 2 die Ausschläge des Galvanometers a, in Spalte 3 die zugehörigen Werte von e_3, in Spalte 4 die berechneten Stromstärken in 10^{-6} Ampère und in Spalte 5 der sich daraus ergebende Reductionsfactor C für constanten Strom in 10^{-9} Ampère.

Ohm	Scalent.	e_3	i 10^{-6} Amp.	c 10^{-9} Amp.
3020	357	0,01013	3,365	9,395
4020	269	0,01013	2,520	9,363
5020	214	0,01015	2,022	9,448
6020	178	0,01015	1,686	9,472
7020	154	0,01014	1,444	9,379
8020	134	0,01014	1,264	9,435
9020	119	0,01013	1,123	9,437
10020	107	0,01014	1,070	9,457

Der Wert für den Reductionsfactor C wurde berechnet aus $\frac{\Sigma i}{\Sigma a}$ und ergab sich zu:

$$C = 9{,}455 \cdot 10^{-9} \text{ Amp.}$$

$\beta\beta$) Schwingungsdauerbestimmung. Die Bestimmung der Schwingungsdauer geschah durch Messen der Zeit, welche zu 10 Schwingungen nötig war, an einer Secundenspringuhr. Die Ergebnisse der Messreihen sind:

$43{,}4''$ $43{,}4''$ $43{,}2''$ $43{,}2''$ $43{,}0''$ $43{,}6''$ $43{,}4''$ $43{,}4''$
$43{,}2''$ $43{,}5''$ $43{,}2''$ $43{,}4''$ $43{,}6''$ $43{,}3''$ $43{,}2''$

Der Mittelwert ist $43{,}33''$, demnach die für eine Schwingung nötige Zeit: $t = 4{,}333''$

Der Widerstand des Galvanometerspulenkreises war ∞, so dass nur die Kupfer- und Luft-Dämpfung wirksam war. Das Dämpfungsverhältnis war in diesem Falle: $k = 1{,}240$ (siehe später unter $\gamma\gamma$), so dass sich die Schwingungsdauer des ungedämpften Galvanometers berechnet zu:

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}}} = \frac{t}{1{,}0024}$$

$$\tau = 4{,}322''$$

$\gamma\gamma$) Bestimmung der Dämpfung. Die Dämpfung des Galvanometers wurde bei verschiedenen Werten des in den Spulenkreis eingeschalteten Widerstandes w bestimmt. Als Beispiel diene die folgende Tabelle, die die bei kurz geschlossener Galvanometerspule (also $w = 0$) erhaltenen Resultate enthält. In Spalte 1 stehen die auf Bögen reducierten Ausschläge a_1 a_2 $a_3 \cdots a_n$ $a_{n+1} \cdots a_{2n}$, in Spalte 2 die Werte $a_1 + a_2$, $a_2 + a_3$, $\cdots a_n + a_{n+1} \cdots\cdots$ in Spalte 3 die Werte $\frac{a_1 + a_2}{a_n + a_{n+1}}$ u. s. w.

Die n^{te} Wurzel aus dem arithmetischen Mittel dieser letzteren Werte giebt den gesuchten Dämpfungscoefficient.

w = 0

1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
471	802	2,82	413	703	2,84	491	836	2,85	442	752	2,83	418	715	2,83
331	564	2,80	290	495	2,85	345	589	2,86	310	530	2,84	297	505	2,83
233	400	2,82	205	351	2,85	244	417	2,85	220	377	2,86	208	357	2,84
167	285		146	248		173	293		157	267		149	253	
118	202		102	174		120	206		110	187		104	179	
84	142		72	123		86	146		77	132		75	126	
58			51			60			55			51		
474	791	2,86	389	664	2,83	310	539	2,79	373	643	2,81	405	684	2,84
327	558	2,85	275	469	2,83	229	387	2,81	270	457	2,83	279	480	2,81
231	395	2,84	194	334	2,84	158	273	2,82	188	323	2,81	201	341	2,84
164	278		140	235		115	194		135	229		140	241	
114	196		95	166		79	138		94	162		101	171	
82	139		71	117		59	97		68	115		70	120	
57			46			38			47			50		

Mittelwert: $2{,}83_2$ $\qquad k = \sqrt[3]{2{,}83_2} = 1{,}413$

Unter Zufügung weiterer Beobachtungen ergab sich schliesslich für k_0 der mittlere Wert $k_0 = 1{,}422$. Der Galvanometerwiderstand betrug 20^{ω}, bei offenem Galvanometer war

$$k^1 = 1{,}240$$

$$\log k^1 = \lambda^1 = 0{,}0934$$

woraus sich die für die ballistischen Messungen erforderlichen Werte von $k^{\frac{1}{\pi}\,\text{arc tang}\,\frac{\pi}{\Lambda}}$ für die verschiedenen Aussenwiderstände, die zur Benutzung kamen, ergaben. (Kohlrausch. Leitfaden der praktischen Physik. Tab. 21 b.)

$\delta\delta$) Aus den nach $\alpha\alpha$) $\beta\beta$) $\gamma\gamma$) bestimmten Werten für C, τ und k ergiebt sich die bei einem Stromstoss durch das Galvanometer gehende Elektricitätsmenge Q, wenn der auf den Sinus des halben Winkels reducierte erste Ausschlag n_s ist, zu:

$$Q = C \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi}\,\text{arc tang}\,\frac{\pi}{\Lambda}} \cdot n_s$$

$$Q = C_b \cdot n_s$$

Da der gesamte Widerstand des Galvanometerstromkreises nicht constant blieb, variierte die Dämpfung und es mussten demgemäss an C_b für die einzelnen Versuche Correctionen angebracht werden. Für den Wert $w = \infty$ berechnet sich Q zu:

$$Q = 1{,}442 \cdot 10^{-8} \text{ Coulomb.}$$

Im folgenden seien die unter A beschriebenen, mit der Doppelspule erhaltenen und die nach B aus den Galvanometerconstanten berechneten Resultate zusammengestellt. Die sich controllierenden Messungen führen demnach zu übereinstimmenden Resultaten. In Spalte 1 stehen die Stromstärken in Ampère, in Spalte 2 die nach A erhaltenen Werte Q_1, in Spalte 3 die nach B berechneten Q_2, in Spalte 4 der Galvanometerausschlag e_1.

i Amp.	Q_1	Q_2	e_1
1,57	$2{,}26 \cdot 10^{-6}$	$2{,}26 \cdot 10^{-6}$	147,2
3,04	$4{,}38 \cdot 10^{-6}$	$4{,}36 \cdot 10^{-6}$	285,0
4,50	$6{,}48 \cdot 10^{-6}$	$6{,}47 \cdot 10^{-6}$	423,0

Nachdem nun so die Galvanometerconstanten bestimmt worden waren, konnten die im Anfang dieses Paragraphen beschriebenen Versuche am Ring angestellt werden.

Wie schon bemerkt, wurde mit Stromumkehr gearbeitet, so dass man aus den Formeln $2 \cdot Q$ erhält. Die Stromumkehrungen besorgte ein Quecksilberumschalter, den eine Feder bethätigte, so dass die Umkehrungen sehr schnell und gleichmässig vor sich gingen.

Da der magnetisierende Strom den Ring erwärmte, veränderte sich auch der Widerstand der H-Spulen und damit die Galvanometerdämpfung k. Deshalb wurde der Widerstand der Spulen dauernd gemessen. Um bei den höheren Magnetisierungen

keine zu grossen Galvanometerausschläge zu bekommen, mussten in den H-Spulenkreis Widerstände eingeschaltet werden; der jedesmalige Gesamtwiderstand steht in der folgenden Tabelle unter W_H. Die beiden H-Spulen waren hintereinander geschaltet, ihr Widerstand mit Leitungswiderstand schwankte von $7{,}75^{\omega}$ bis $8{,}10^{\omega}$. Die beiden B-Windungen waren ebenfalls hintereinander geschaltet, ihr Widerstand mit dem Widerstand der Leitung betrug 1^{ω}. Auch hier musste Vorschaltwiderstand benutzt werden; die Grösse des Gesamtwiderstandes steht in der Tabelle unter W_B. Ausserdem enthält die Tabelle in Spalte 1 die magnetisierenden Stromstärken i, sowie in Spalte 3 und 5 die entsprechenden Galvanometerausschläge bei Benutzung der H-Spulen n_H und der B-Windungen n_B. Vor jeder der Einzelmessungen wurde der Magnetisierungsstrom mehrmals umgekehrt, damit der remanente Magnetismus seinen constanten Wert erreichte.

i	W_H	n_H	W_B	n_B	i	W_H	n_H	W_B	n_B
20,00	127,9	282	2021	315	3,33	27,75	213	1021	305
17,00	77,8	396	2021	300	2,00	27,80	129	521	373
13,35	77,75	307	2021	280	1,33	27,81	86	221	447
10,00	77,75	229	2021	254	1,00	27,80	65	121	441
6,60	27,75	421	2021	210	0,67	27,80	45	121	208

Im folgenden bezeichne H den sich direct aus den Messungen ergebenden Wert für das Feld, H_0 den daraus für den mittleren Umfang gefundenen und H_0' den berechneten. Nach der Formel auf pag. 11 gilt:

$$N = C \cdot \frac{r}{\pi} \cdot k \, \frac{1}{\pi} \, \text{arc tang} \, \frac{\pi}{A} \cdot w \cdot \alpha = C_1 \cdot w \cdot \alpha$$

Mit N_H sei nun die gesamte, durch die H-Spulen gehende Kraftlinienzahl bezeichnet. Der Querschnitt der H-Spulen war:

$$q_1 = 208{,}25 \text{ cm}^2 \text{ (pg. 15).}$$

$$N_H = C_1 \cdot W_H \cdot \frac{n_H}{2} \text{ *)}$$

$$H = \frac{N_H}{q_1} = \frac{C_1}{208{,}25} \cdot W_H \cdot \frac{n_H}{2}$$

$$H_0 = v \cdot H = 1{,}128 \cdot H \text{ (pg. 15)}$$

$$H_0{}^1 = \frac{0{,}2 \cdot z}{r_m} \cdot i = \frac{0{,}2 \cdot 801}{20{,}83} \cdot i = 76{,}9 \cdot i \text{ (pg. 14)}$$

Bezeichnet man mit N_B die gesamte, die beiden B-Windungen durchziehende Kraftlinienzahl, so gilt:

$$N_B = C_1 \cdot W_B \cdot \frac{n_B}{2}$$

$$N_{Fe} = N_B - 2\,f \cdot H_0 = N_B - 3{,}0 \cdot H_0 \text{ (pg. 12, 15)}$$

$$B = \frac{N_{Fe}}{2 \cdot q_2} = \frac{N_{Fe}}{48{,}60} \text{ (pg. 13, 16)}$$

Bei diesen Formeln ist noch in Betracht zu ziehen, dass die Constante C_1 von dem Dämpfungsverhältnis k abhängig ist. Die aus den oben stehenden Formeln berechneten Werte sind in der folgenden Tabelle gegeben, die auch noch die Grösse der Permeabilität

$$\mu = \frac{B}{H_0}$$

enthält.

H	H_0	$H_0{}^1$	B	μ	H	H_0	$H_0{}^1$	B	μ
128	144,5	154	9360	64,8	21,8	24,6	25,6	4600	187
119	123	130,5	8970	72,9	13,2	14,9	15,4	2870	192,5
85,0	96,0	102,5	8360	87,2	8,80	9,92	10,2	1480	149,5
63,3	71,5	70,6	7600	106	6,61	7,45	7,68	800	107,5
42,4	47,8	47,1	6350	134,5	4,55	5,08	5,08	375	73,0

Aus dieser Tabelle erkennt man eine ziemlich gute Übereinstimmung der Werte H_0 und $H_0{}^1$, da der Ring aber eine

*) In diese Formeln ist der halbe Ausschlag einzusetzen, weil, wie oben erwähnt, mit Stromumkehrung gearbeitet wurde.

merkbare Eigenpolarität noch aufwies, wurden die Messungen wiederholt mit einer grösseren Anzahl von Messspulen und mehreren B-Windungen, nachdem eine peinliche Entmagnetisierung vorgenommen worden war, die den Einfluss der Eigenpolarität unmessbar klein machte.

b) Hauptversuche am Ring.

Bei diesen Messungen fanden 8 H-Spulchen Verwendung, wie sie schon früher beschrieben sind. Sie waren ebenfalls auf Hartgummibrettchen gewickelt, die eine Dicke von 5 mm, eine Breite von 10 mm und eine Länge von 49 mm hatten. Um vor eventuellen Widerstandsänderungen durch Temperatureinflüsse geschützt zu sein, wurden die Spulen aus Constantandraht hergestellt, der mit Seide umsponnen war und in 36 Windungen aufgebracht wurde. Sein Durchmesser betrug 0,35 mm und der Widerstand aller Spulen war auf $30{,}0^{\omega}$ abgeglichen.

Bei der Bestimmung der Windungsfläche dieser Spulen kam eine Normalspule zur Verwendung, wie sie im § 1c schon beschrieben worden ist, ihre Bewickelung bestand aber aus Constantandraht und die Windungsfläche hatte 168,70 cm^2 Inhalt. Im übrigen verfuhr man, wie im § 1c geschildert ist und erzielte folgende Ergebnisse:

Spulen	Ausschlag in Scalenteilen					Mittel
Normalspule	169	165	165	167,5	165,5	166,4
Messspule 1	84	86	84	84	84,5	84,5
Normalspule	168	163,5	163	165,5	164	164,8
Messspule 2	75,5	75,5	75,5	76,5	76	75,8
Normalspule	166,5	164	163	165,5	162	164,2
Messspule 3	77	78	76	76,5	78	77,1

Spulen	Ausschlag in Scalenteilen					Mittel
Normalspule	165,5	163	162	164	162	163,3
Messspule 4	80	81,5	82	80	80	80,7
Normalspule	165	162	162	164	163	163,2
Messspule 5	71	73	73	71	72	71,9
Normalspule	165	163	162,5	163,5	163	163,4
Messspule 6	75	77	75,5	76	76,5	76,0
Normalspule	164	161	162	162	162	162,2
Messspule 7	81	80,5	80	79	79	79,9
Normalspule	162	162	161	163	161	161,8
Messspule 8	76	78	78,5	80	77	77,9

Aus diesen Werten ergeben sich die Windungsflächen q_1 q_2 .... der 8 Spulen zu:

$q_1 = 85{,}63$ $q_2 = 77{,}74$ $q_3 = 78{,}83$ $q_4 = 83{,}31$

$q_5 = 74{,}48$ $q_6 = 78{,}65$ $q_7 = 82{,}90$ $q_8 = 81{,}30$

a) Die Dimensionen des verwendeten Eisenringes sind schon oben in § 2a angegeben worden. Bei diesen Messungen bekam der Ring aber eine andere Bewickelung. Sie bestand aus Draht von 0,9 mm Durchmesser (ohne Umspinnung), der in 4 Lagen aufgewunden war. Die Windungszahl war:

$$z_0 = 2597.$$

Die Drahtenden waren auf mehr als 1,5 m Länge gut verdrillt. Die 8 Messspulen waren auf dieselbe Weise untergebracht, wie im § 2a beschrieben, sie waren derart auf der äusseren und inneren Peripherie des Ringes verteilt, dass ihre Mittelpunkte auf zwei zu einander senkrechten Durchmessern lagen. An der äusseren Peripherie befanden sich die Spulen 1, 3, 5, 7, an der inneren die Spulen 2, 4, 6, 8. Dort, wo die H-Spulen lagen, waren die Windungen aus Constantandraht zur Messung von B

um das Eisen gelegt. Bei der Bewickelung fand eine dauernde Isolationsprüfung statt. Der Radius des Kreises, auf dem die Mittelpunkte der inneren Spulen lagen, war

$$R_i = 18{,}04 \text{ cm}$$

der Radius des entsprechenden äusseren:

$$R_a = 23{,}63 \text{ cm}$$

die zur Berechnung von B erforderliche Fläche f (§ 1 b) war

$$f \quad 1{,}10 \text{ cm}^2.$$

β) Falls noch irgend eine Eigenpolarität oder durch Löcher im Guss oder ungleichmässige Wickelung bedingte Streuung von nicht zu unterschätzendem Einfluss im Ringe bestände, müsste bei Verwendung der 4 verschiedenen B-Windungen das Galvanometer verschiedene Ausschläge anzeigen. In der That stimmen aber diese 4 Ausschläge nahezu vollkommen überein, wie die folgenden Angaben zeigen:

i Amp.	I	II	III	IV	i Amp.	I	II	III	IV
0,010	6	6,5	6,5	7	0,250	159	159	160	160
0,025	23	23	23	24	0,300	140	140	141	141
0,050	51	51	52	52	0,395	237	242	237	243
0,075	81	81	82	81	0,790	166	167	172	172
0,100	122	120	120	125	1,11	126	126	127	127
0,150	200	203	203	204	1,79	164	164	164	165
0,200	110	110	113	112	2,32	185	184	186	186

γ) Ist im Ring keine Eigenpolarität und keine Streuung mehr vorhanden, so müssen auch die mit den H-Spulen erhaltenen Resultate gut untereinander übereinstimmen. Dies war auch in der That mit grosser Annäherung der Fall, wie die folgenden herausgegriffenen Versuchsergebnisse zeigen. Dabei waren Spule 1 und 2, 3 und 4, 5 und 6, 7 und 8 hinter-

einander geschaltet. In den Spalten 2 und 3 stehen die Ausschläge in Scalenteilen, in Spalte 4 die entsprechenden Windungsflächen der beiden Spulen, und in Spalte 5 die magnetisierenden Stromstärken. Diese Daten sind den später angegebenen Versuchsreihen entnommen.

	e_1	e_2		
Spule 1 und 2	37	104	163,3	für e_1
„ 3 „ 4	36	102	162,1	$i = 0{,}395$
„ 5 „ 6	34	98	157,4	für e_2
„ 7 „ 8	35	100	160,0	$i = 1{,}11$

Ein weiteres Kriterium für die Abwesenheit der erwähnten Fehlerquellen ist das folgende: Die mit den aussen und innen liegenden Spulen gemessenen Feldstärken H müssen sich verhalten umgekehrt wie die Abstände der Mittelpunkte dieser Spulen vom Ringmittelpunkte. Das Verhältnis dieser Abstände ist nach § 2bα:

$$v_0 = \frac{23{,}53}{18{,}04} = 1{,}313$$

Diese Messung des Verhältnisses der Feldstärken fand auf folgende Weise statt: Die 4 äusseren Spulen (Windungsfläche 321,81 cm²) wurden hintereinander geschaltet, ebenso die 4 inneren (Windungsfläche 316,00 cm²). Bei der Umkehrung der Richtung des magnetisierenden Stromes entstand in den äusseren Spulen eine Elektricitätsmenge, die im Galvanometer einen ersten Ausschlag (Mittelwert aus 4 Einzelwerten) von

32,5

Scalenteilen hervorbrachte; bei Verwendung der inneren Spulen war der Ausschlag

42,0

Scalenteile. Der Widerstand beider Spulenstromkreise war 161,2 ω,

berechnet man daraus, wie es in § 2 b δ geschehen wird, die Feldstärken H, so erhält man für

die äusseren Spulen: $H_a = 7{,}32$

die inneren Spulen: $H_i = 9{,}63$.

Das Verhältnis beider ist $v_0{}^1 = 1{,}315$, das also mit dem Verhältnis, das die Dimensionen des Ringes verlangen, $v_0 = 1{,}313$, in guter Uebereinstimmung steht. Die magnetisierende Stromstärke betrug in diesem Falle $i = 0{,}337$, berechnet man daraus, sowie aus den Dimensionen des Ringes und der Windungszahl die Feldstärken H_a und H_i nach den Formeln:

$$H_a = \frac{0{,}2 \cdot z}{r_a} \cdot i \quad \text{und} \quad H_i = \frac{0{,}2 \cdot z}{r_i} \cdot i$$

so erhält man in guter Uebereinstimmung mit den vorher gefundenen Werten: $H_a = 7{,}38$

$H_i = 9{,}70$.

δ) Eine Hauptversuchsreihe lieferte für eine Serie verschiedener Stromstärken Feld und Induction, und ihre Resultate sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Mit i ist die Stärke des Magnetisierungsstromes in Ampère bezeichnet, W_B bedeutet den Widerstand des B-Windungskreises, W_H den des H-Spulen-Kreises, n_B den Scalenausschlag bei Verwendung der B-Windungen, n_H den entsprechenden Ausschlag bei Benutzung der H-Spulen. Die Ausschläge sind alle auf den Sinus des halben Winkels reduciert und sind Mittelwerte aus 4 Einzelmessungen, von denen zwei einer Messungsreihe mit steigender, zwei einer solchen mit fallender Stärke des Magnetisierungsstromes angehören. Für die ersten drei Werte der Stromstärke konnte wegen der Kleinheit ein Ausschlag für H nicht abgelesen werden, für die sechs nächsten Werte waren die Spulen 1 mit 2, 3 mit 4, 5 mit 6 und 7 mit 8 hintereinander- und die so entstandenen 4 Gruppen parallel geschaltet, für die letzten fünf Werte wurden für jedes der 4 Spulenpaare Beobachtungen gemacht.

	μ_H	μ_B
$i = 0{,}01$		
$W_B = 49{,}5$		6,5
W_H		
$i = 0{,}025$		
$W_B = 49{,}5$		23,2
W_H		
$i = 0{,}050$		
$W_B = 49{,}5$		51,5
W_H		

	μ_H	μ_B
$i = 0{,}075$		
$W_B = 49{,}5$		81,2
$W_H = 55{,}5$	12,2	
$i = 0{,}100$		
$W_B = 49{,}5$		122
$W_H = 55{,}5$	16,0	
$i = 0{,}150$		
$W_B = 49{,}5$		202,5
$W_H = 55{,}5$	24,5	

	μ_H	μ_B
$i = 0{,}200$		
$W_B = 149{,}5$		111,2
$W_H = 55{,}5$	33	
$i = 0{,}250$		
$W_B = 149{,}5$		159,2
$W_H = 55{,}5$	41	
$i = 0{,}300$		
$W_B = 249{,}5$		140,5
$W_H = 55{,}5$	49	

$i = 0{,}395$	I. 37	
$W_B = 249{,}5$	II. 36	239,2
$W_H = 100{,}5$	III. 34	
	IV. 35	
Summe:	142	

$i = 0{,}790$	I. 73	
$W_B = 1049{,}5$	II. 72	169,2
$W_H = 100{,}5$	III. 70	
	IV. 71	
Summe:	286	

$i = 1{,}11$	I. 104	
$W_B = 2049{,}5$	II. 102	126,5
$W_H = 100{,}5$	III. 98	
	IV. 100	
Summe:	404	

	μ_H	μ_B
$i = 1{,}79$	I. 166	
$W_B = 2049{,}5$	II. 163	165
W_H 100,5	III. 158	
	IV. 162	
Summe:	649	

	μ_H	μ_B
$i = 2{,}32$	I. 215	
$W_B = 2049{,}5$	II. 210	185,6
W_H 100,5	III. 200	
	IV. 208	
Summe:	833	

Mit den inneren und äusseren Spulen misst man die Felder H_i und H_a, in der folgenden Tabelle ist der Wert

$$H_m \qquad \frac{H_i + H_a}{2}$$

angegeben. Das Feld variiert im Querschnitt und mit ihm die Permeabilität, man kann also nur von einer mittleren Permeabilität sprechen, die durch Division des Gesamtinductionsflusses durch Querschnitt und mittleres Feld H_m erhalten wird. Man könnte als mittleres Feld auch das Feld H^1 in der Mitte des Quer-

schnittes wählen, doch hat die Wahl von H_m den Vorzug, das allgemeine Verfahren dieser Methode zu benutzen, da man meistens weder den Verlauf des Feldes, noch den der Permeabilität im Querschnitt kennt.

Zur Berechnung der Felder aus den Ringdimensionen und den Ampèrewindungen dient die bekannte Formel:

$$H = \frac{0{,}2 \cdot z \cdot i}{r}$$

in unserem Falle wird:

$$H_a = \frac{0{,}2 \cdot 2597}{23{,}63} \cdot i = 21{,}90 \cdot i$$

$$H_i = \frac{0{,}2 \cdot 2597}{18{,}04} \cdot i = 28{,}75 \cdot i$$

$$H_m = \frac{H_a + H_i}{2} = 25{,}33 \cdot i$$

Zur Berechnung der Werte von H_m und B aus den ballistischen Ausschlägen wird dieselbe Formel wie früher benutzt (pg. 27), doch unter Einsetzung der Constanten C_2, die von dem Widerstande im Galvanometerkreise — wegen der veränderlichen Dämpfung — abhängig von 0,897 bis 0,886 variierte. Ist N_H wieder die gesamte durch die H-Spulen gehende Kraftlinienzahl, so ist

$$N_H = C_2 \cdot W_H \cdot \frac{n_H}{2}$$

Es ist der halbe Ausschlag einzusetzen, weil mit Stromumkehrung gearbeitet wurde. Um aus N_H den gesuchten Wert H_m zu erhalten, hat man N_H durch den mittleren Querschnitt je zwei hintereinandergeschalteter H-Spulen zu dividieren. Dieser Wert ist:

$$q_m = 160{,}71$$

also gilt:

$$H_m = \frac{N_H}{q_m} = \frac{C_2}{q_m} \cdot W_H \cdot \frac{n_H}{2}$$

Für die letzten 5 Werte der Tabelle bildet man die Summe

aller $n_H = \Sigma n_H$ und die Summe aller Windungsflächen der H-Spulen $= \Sigma q$, wodurch man die geeigneten Mittelwerte erhält.

$$H_m = \frac{C_2}{\Sigma q} \cdot \frac{\Sigma n_H}{2} \cdot W_H$$

In der Tabelle finden sich die Werte $H_m{}^1$ und H_m zusammengestellt, und durch die grosse Übereinstimmung zwischen diesen beiden erkennt man, dass weitere, etwa übersehene Fehlerquellen, die die H-Bestimmung beeinträchtigen könnten, nicht auftreten.

i	$H_m{}^1$	H_m	i	$H_m{}^1$	H_m
0,010	0,253	—	0,250	6,34	6,35
0,025	0,634	—	0,300	7,60	7,60
0,050	1,26	—	0,395	10,0	9,92
0,075	1,90	1,89	0,790	19,75	20,0
0,100	2,53	2,48	1,11	28,1	28,2
0,150	3,80	3,80	1,79	45,3	45,2
0,200	5,06	5,12	2,32	58,8	58,0

ε) Aus der Tabelle pg. 33 sind nun auch die Werte für die Induction B berechnet worden nach der Formel (pg. 27).

$$B = \frac{N_{fe}}{q_2} = \frac{N_{fe}}{24{,}80}$$

$$N_{fe} = N_B - f \,.\, H_m = N_B - 1{,}10 \,.\, H_m$$

Die Correction $- f \,.\, H_m$ ist so klein, dass sie vernachlässigt werden kann. Die aus diesen Formeln für B gefundenen Werte werden mit den für die gleichen Feldstärken mit der du Boisschen Wage ermittelten verglichen, nachdem an ihnen die Correction wegen des Entmagnetisierungsfactors auf Grund der dem Instrument beigegebenen Richtlinien angebracht worden war. Zum Vergleich können nach dem im § 1 Gesagten nur die aus dem Inneren herausgeschnittenen Stäbe herangezogen werden. (Über die Lage dieser Stäbe siehe § 2bα). Die Art und Weise der

Messung mit der magnetischen Wage ist bekannt, hier sei nur noch erwähnt, dass die Wage ballistisch geaicht wurde. Aus den Ergebnissen dieser Aichung ersieht man eine vorzügliche Übereinstimmung zwischen den beiden gefundenen Werten:

B mit magnetischer Wage bestimmt.	B ballistisch bestimmt.
4550	4570
2250	2220

Im folgenden seien nun die sämtlichen für B gefundenen Werte zusammengestellt. Die Spalte I der Tabelle enthält die mit der ballistischen Methode gefundenen Werte, die Spalte II die an den Probestäben 4 und 5 erhaltenen, Spalte III die an den Stäben 2, und IV die an 1 und 3 erhaltenen. In Spalte V, VI, VII und VIII stehen die aus den Werten von B in Spalte I, II, III, IV und den zugehörigen Werten von H_m sich ergebenden Grössen der Permeabilität μ.

I. B_1	II. B_2	III. B_3	IV. B_4	V. μ_1	VI. μ_2	VII. μ_3	VIII. μ_4
5,95							
21,2							
47,2							
74,3				39,3			
111				44,8			
185				48,7			
304		300		59,4		58,5	
435		400		69,5		63,0	
642	580	600	350	84,5	76,5	79,0	47,6
1090	890	1000	700	110,0	89,9	102,0	70,5
3230	2920	3050	2250	156,5	144,5	151,0	111,5
4720	4430	4500	3350	167,5	157,5	160,0	119,0
6120	5950	6200	5000	135,0	130,5	137,0	110,5
6920	6960	7050	6090	119,0	120,0	121,5	103,5

Diese Zusammenstellung zeigt, dass die Werte B und μ mit der hier dargelegten Methode durchaus brauchbar zu erhalten sind, während dies mit Hilfe von nicht aus dem Innern geschnittenen Stücken — wie dies besonders die Werte in Spalte IV und VIII zeigen — nicht der Fall ist; die Werte werden dann zu ungenau, um auch nur für technische Zwecke Verwendung finden zu können.

§ 3.

Anwendung auf eine Dynamomaschine.

Die im Vorstehenden beschriebene und verificierte Methode ist in erster Linie für die Anwendung auf Dynamomaschinen gedacht. Die Ausmessung von Proben führt im allgemeinen nicht zu genügend brauchbaren Werten (siehe § 1); Proben aus dem Innern herauszuschneiden, ist auch nicht angängig. An der fertigen Maschine lassen sich immer Stellen mit genügend geringer Streuung finden, um die Methode ausführen zu können, auch auf die Magnetgestelle der noch nicht fertigen Maschinen findet sie bequem Anwendung, wenn dieselben einen mehrfachen magnetischen Kreis haben, wobei dann eine speciell aufgelegte Magnetisierungsspule von verhältnismässig sehr wenig Windungen genügt, da Lufträume nicht zu überwinden sind.

Das Folgende giebt eine Darstellung der am Joch einer 4 Kilo-Watt-Maschine der Actien-Gesellschaft Elektricitätswerke (vorm. O. L. Kummer & Co.) mit doppeltem magnetischen Kreis erhaltenen Resultate.

Beschreibung und Aichung der zur Messung von H benutzten Spule finden sich in § 1, die Windungsfläche betrug:

$$Q_2 = 158{,}6 \text{ cm}^2$$

Die um das Joch der Maschine bei a (siehe Figur) gelegte

Windung zur Messung von B umfasste eine durch Ausmessen des Jochquerschnittes bestimmte Fläche:

$$Q_3 = 150{,}8 \text{ cm}^2$$

Nach früherem müssen die Messungen, deren Gang das folgende angiebt, an einer streuungsfreien Stelle stattfinden. Zu deren Aufsuchung diente eine allseitig bewegliche Magnetnadel, die durch ihre Parallelstellung zur Jochoberfläche die gesuchte Stelle anzeigte. Diese Bestimmungen wurden mehrmals, bei stromloser, wie bei stromführender Maschine wiederholt und führten alle zu dem gleichen Resultat. Hier legte man die H-Spule an das Eisen und wand die B-Windung von so dünnem Drahte, dass die § 1 b erwähnte Correction verschwindend klein war, um das Joch.

Bezeichnet H die Felddichte einer Magnetisierungsspule, B die gesamte Induction im Eisen, B_H die durch das Feld H, und B_r die durch den remanenten Magnetismus hervorgebrachte Kraftliniendichte, so liefert die ballistische Methode die Differenz:

$$B_H \quad B - B_r$$

Um B zu erhalten, muss also erst noch B_r bestimmt werden. Dies geschah durch Messung der Umdrehungszahl und der Spannung am Anker der Maschine, da Versuche, den remanenten Magnetismus auf Null zu bringen, ein negatives Resultat ergeben hatten. Diese Bestimmung des remanenten Magnetismus fand nach jeder Magnetisierung statt. Bedeutet z die Zahl der wirksamen Drähte auf dem Anker, n die Umdrehungszahl pro Secunde, E_r die abgelesene Spannung in Volt und N die gesamte Inductionslinienzahl, so gilt:

$$N \quad \frac{10^8 \cdot E_r}{z \cdot n}$$

Bei den Versuchswerten: $z = 360$ $n = 20{,}73$ findet sich dann für die remanente Induction B_r, da $B_r \cdot Q_3 \quad N$ und $Q_3 \cdot 150{,}8$ cm² ist:

$$B_r = \frac{10^8 \cdot E_r}{2 \cdot 360 \cdot 20{,}73 \cdot 150{,}8} = 44{,}4 \cdot E_r$$

Der Einfluss der Streuung verschwindet bei diesen ausserordentlich kleinen remanenten Inductionen.

Die Spannung E_r am Anker der Maschine wurde gemessen mit einem Voltmeter nach Deprez-d'Arsonval und betrug maximal 18 Volt, bei der ausserordentlich kleinen Stromstärke trat ein merklicher Spannungsabfall nicht ein.

Nach Ermittelung von B_r erfolgte die Bestimmung von B_H, bei welcher Accumulatoren die Magnete der Maschine erregten. Vor jeder Messung wurde der Erregerstrom wiederholt geschlossen und unterbrochen, damit der remanente Magnetismus einen constanten Wert erreichte. Die Messung des Inductionsstosses geschah am ballistischen Galvanometer und lieferte die in der folgenden Tabelle stehenden Werte für n_H, d. h. den Ausschlag bei Benutzung der H-Spule, für n_B den entsprechenden Ausschlag bei Benutzung der B-Windung, das Mittel dieser Einzelwerte und die im vorigen definierten Werte E_r, der infolge der Remanenz erzeugten elektromotorischen Kraft.

i		Ausschlag in Scalenteilen					Mittelwerte	E_r
0,44	n_H	84	88	84	88	86	86	12,0
	n_B	388	388	389	389		388,5	12,0
0,74	n_H	156	158	156	158	158	157	15,2
	n_B	260	263	260	261		261	15,2
1,01	n_H	210	209	207	205	205	207	17,35
	n_B	293	295	291	290		293	17,35
1,45	n_H	275	271	274	272	273	273	17,90
	n_B	325	320	317	318		320	17,90
1,70	n_H	306	304	300	300	300	302	18,00
	n_B	334	334	330	331		332	18,00

Die Ausschläge sind alle auf den Sinus des halben Winkels reduciert. Nach früherem ist:

$$H = \frac{C_2 \cdot w_H \cdot n_H}{Q_2}$$

worin w_H den Widerstand im H-Spulenkreise bezeichnet und C_1 den oben § 2A definierten ballistischen Reductionsfactor. Bei diesen Messungen war w_H constant und zwar:

$$w_H = 23{,}06^{(0)}$$

und

$$C_1 = 1{,}518 \cdot 10^{-8}$$

$$H = 1{,}518 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{23{,}06}{158{,}6} \cdot n_H = 0{,}221 \cdot 10^{-8} \cdot n_H$$

Aus diesen Werten findet sich:

i =	0,44	0,74	1,01	1,45	1,70
H =	19,0	34,7	45,7	60,4	66,7

In analoger Weise folgt für B_H für das schwächste Feld:

$$B_H = \frac{C_1 \cdot w_B \cdot n_B}{Q_3}$$

$$B_H = 1{,}445 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1022{,}18}{150{,}78} \cdot n_B = 0{,}098 \cdot 10^{-8} \cdot n_B$$

und für die 4 stärkeren:

$$B_H = 1{,}445 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2022{,}18}{150{,}78} \cdot n_B = 0{,}1935 \cdot 10^{-8} \cdot n_B$$

Aus diesen Formeln ergiebt sich für die 5 Versuchsfelder:

i =	0,44	0,74	1,01	1,45	1,70
B_H =	3805	5050	5670	6200	6430

Für B_r berechnen sich nach der pg. 39 angegebenen Formel die Werte der nachstehenden Tabelle:

E_r =	12,00	15,20	17,35	17,90	18,00
B_r	533	675	770	795	800

Die folgende Tabelle enthält nun die Werte für B, die zugehörigen H und die daraus berechneten Werte der Permeabilität μ:

B	4338	5725	6440	6995	7230
H	19,0	34,7	45,7	60,4	66,7
μ	228	165	140,5	116	108

Zum Vergleich mit diesen Werten können Bestimmungen mittels der du Bois'schen Wage dienen, welche an 2 Probestäben angestellt wurden, die bei der Herstellung der Dynamo möglichst aus dem Innern entnommen worden waren.

Die Dynamomaschine hatte bei Beginn der Messungen einen remanenten Magnetismus: $B_r = 533$. Von diesem Werte musste man auch bei den Messungen an der magnetischen Wage ausgehen, um vergleichbare Resultate zu erzielen. An der Wage liest man direkt die Magnetisierung J ab, die mit B verbunden ist durch die Gleichung:

$$B = H + 4\pi J.$$

Obiger Induction $B_r = 533$ entspricht demnach eine Magnetisierung $J = 40{,}9$, welche nach dem Einbringen des Probestabes in die Wage zunächst durch eine künstliche Magnetisierungsgeschichte hergestellt wurde. Für eine Serie von Feldern H finden sich dann die angegebenen Werte von J bezw. B, sowie die sich daraus ergebenden Permeabilitäten μ:

H	19,0	34,7	45,7	60,4	66,7
J	342	420	471	533	559
B	4330	5300	5950	6750	7080
μ	228	153	130	112	106

Vergleicht man diese Werte mit den auf die ballistische Methode gefundenen, so sieht man, wie die nachstehende Zusammenstellung zeigt, dass eine befriedigende Übereinstimmung statt hat.*) In dieser Zusammenstellung mögen sich die mit

*) Dasselbe Ergebnis lieferten einige von Herrn Kloss angestellte Vorversuche.

Index b versehenen Angaben auf die ballistischen, die mit Index w versehenen auf die mit der magnetischen Wage gefundenen Werte beziehen.

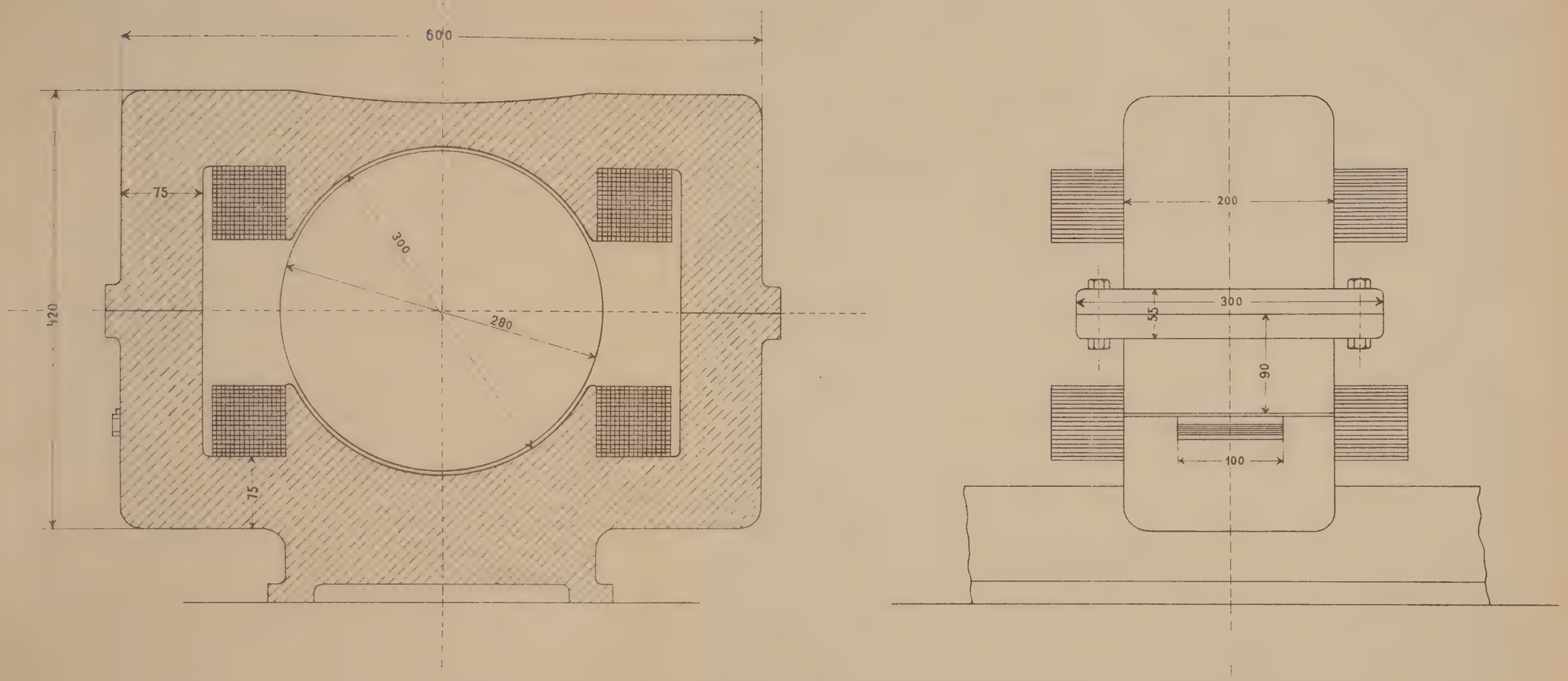
H	19,0	34,7	45,7	60,4	66,7
μ_b	228	165	140,5	116	108
μ_w	228	153	130	112	106

§ 4.

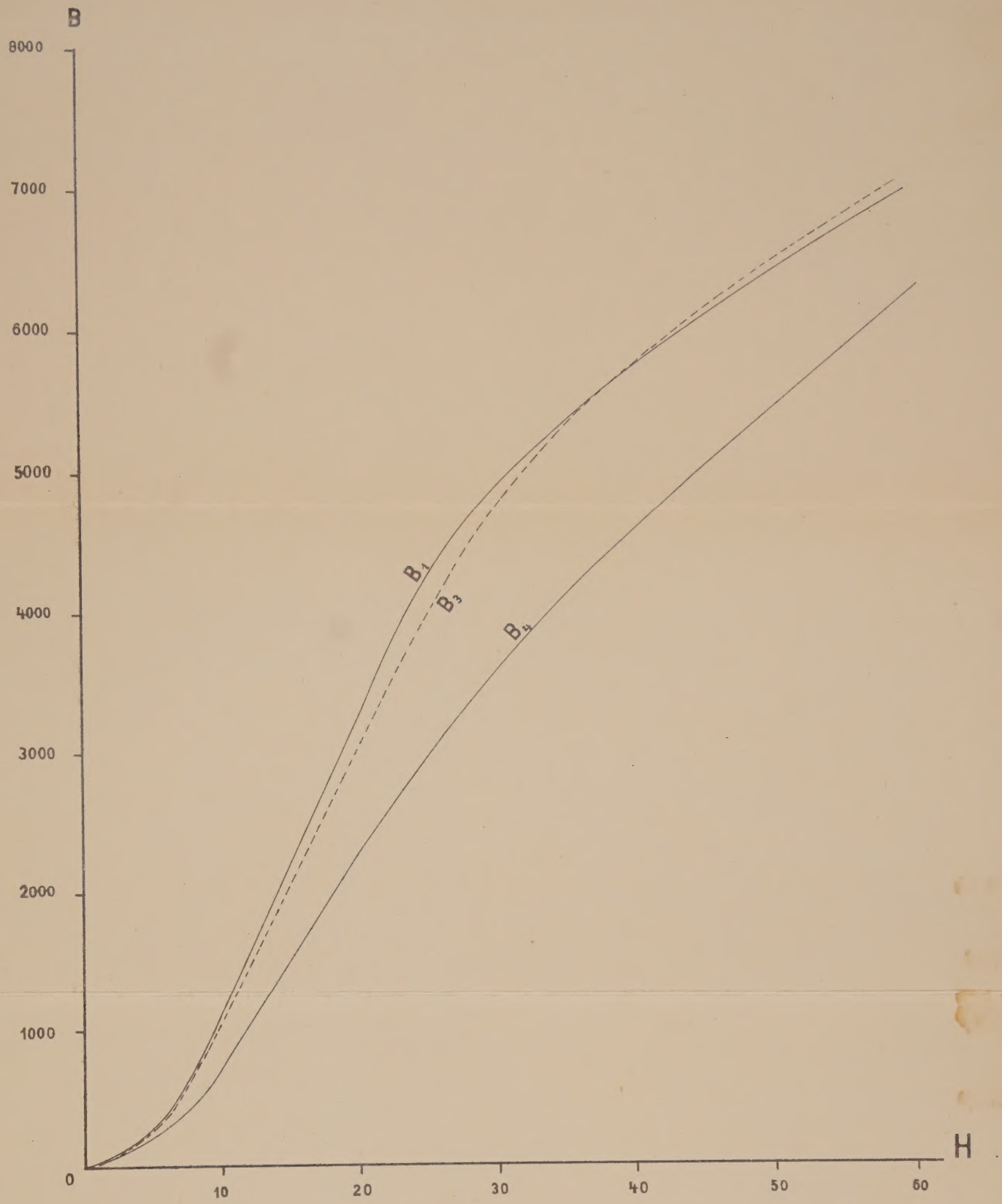
Zusammenfassung der Resultate.

In der vorstehenden Arbeit ist eine Methode beschrieben, welche gestattet, zusammengehörige Werte der Induction und der Feldstärke am ganzen Stück zu bestimmen, ohne dass Probestäbe von besonderer Form ausgeschnitten zu werden brauchen. Damit wird dem Erfordernis genügt, für ganze Apparate, insbesondere z. B. für die Magnetgestelle der Dynamomaschinen, die mittleren magnetischen Eigenschaften des Materials ermitteln zu können, bei welchen das Herausschneiden von Proben aus dem Innern meist nicht angängig ist, und die Untersuchung von nicht aus dem Innern entnommenen Proben oft weit abliegende Werte ergiebt, da diese Proben andere magnetische Beschaffenheit haben. Durch Versuche an einem eisernen Ring von ziemlich beträchtlichen Dimensionen ist die Brauchbarkeit der Methode erwiesen und durch Versuche an einer Dynamomaschine ihre Verwendung für technische Zwecke erläutert worden. Durch geeignete Vereinfachungen dürfte es möglich sein, die Methode so zu gestalten, dass sie für die technische magnetische Untersuchung der zum Dynamomaschinenbau gelieferten Materialien geeignet wird.

Ich möchte es nicht unterlassen, an dieser Stelle Herrn Professor Dr. Hallwachs meinen verbindlichsten Dank auszusprechen für die grosse Liebenswürdigkeit, mit der er mir die Apparate des Elektrotechnischen Institutes zur Verfügung gestellt und mit der er mich immer mit Rat und That unterstützt hat.



Messungsanordnung an der Dynamomaschine. (Zu § 3.)



Magnetisierungscurven. Werte von B_1 B_3 und B_4. (Zu pg. 36.)